

1. ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ

1.1. Модель и моделирование

Термин «модель» (от лат. *modelium* – мера, способ, сходство с какой-то вещью) широко используется в различных сферах человеческой деятельности и имеет множество смысловых значений.

Модель – это объект или описание объекта, системы для замещения (при определенных условиях, предположениях, гипотезах) одной системы (т. е. оригинала) другой для лучшего изучения оригинала или воспроизведения каких-либо его свойств [1, 8].

Модель – это результат отображения одной структуры (изученной) на другую (малоизученную). Любая модель строится и исследуется при определенных допущениях, гипотезах. Модель разрабатывается, чтобы она наиболее полно воспроизводила те качества объекта, которые необходимо изучить в соответствии с поставленной целью [2, 4].

Мы под «моделью» будем понимать некий материальный или мысленно представляемый объект, который в процессе исследования замещает объект-оригинал так, что его непосредственное изучение дает новые знания об объекте-оригинале.

Во всех отношениях модель должна быть проще объекта и удобнее его для изучения. Таким образом, для одного и того же объекта могут существовать различные модели, классы моделей, соответствующие различным целям его изучения. Необходимым условием моделирования является подобие объекта и его модели. В этом случае мы должны говорить об **адекватности** модели объекту-оригиналу.

Если результаты моделирования подтверждаются и могут служить основой для прогнозирования процессов, протекающих в исследуемых объектах, то говорят, что модель адекватна объекту. При этом адекватность модели зависит от цели моделирования и принятых критериев.

Под адекватной моделью понимается модель, которая с определенной степенью приближения на уровне понимания моделируемой системы разработчиком модели отражает процесс ее функционирования во внешней среде. Под **адекватностью** (от лат. *adaequatus* – приравненный) будем понимать степень соответствия результатов, полученных по разработанной модели, данным эксперимента или тестовой задачи. Если система, для которой разрабатывается модель, существует, то сравнивают выходные данные модели и этой системы. В том случае, когда два набора данных оказываются подобными, модель существующей системы считается адекватной. Чем больше общего меж-

ду существующей системой и ее моделью, тем больше уверенность в правильности модели системы.

Проверка адекватности модели необходима для того, чтобы убедиться в справедливости совокупности гипотез, сформулированных на первом этапе разработки модели, и точности полученных результатов, требуемых техническим заданием.

Для моделей, предназначенных для приблизительных расчетов, удовлетворительной считается точность 10...15 %, а для моделей, предназначенных для использования в управляющих и контролирующих системах, – 1...2 % [2].

Любая модель обладает следующими свойствами:

- конечностью: модель отображает оригинал лишь в конечном числе его отношений;
- упрощенностью: модель отображает только существенные стороны объекта;
- приблизительностью: действительность отображается моделью грубо или приблизительно;
- адекватностью: модель успешно описывает моделируемую систему;
- информативностью: модель должна содержать достаточную информацию о системе в рамках гипотез, принятых при построении модели [3].

Процесс построения, изучения и применения моделей будем называть моделированием, т. е. можно сказать, что **моделирование** – это метод исследования объекта путем построения и исследования его модели, осуществляемый с определенной целью и состоящий в замене оригинала на модель.

Моделирование базируется на математической теории подобия, согласно которой абсолютное подобие может иметь место лишь при замене одного объекта другим, точно таким же. При моделировании большинства систем (за исключением, возможно, моделирования одних математических структур другими) абсолютное подобие невозможно, и основная цель моделирования – получить модель, достаточно хорошо отображающую функционирование моделируемой системы [3].

1.2. Классификация моделей

В общем случае все модели, независимо от областей и сфер их применения, бывают трех типов: познавательные, прагматические и инструментальные.

Познавательная модель – форма организации и представления знаний, средство соединения новых и старых знаний; обычно подгоняется под реальность и является теоретической моделью.

Прагматическая модель – средство организации практических действий, рабочего представления целей системы для ее управления. Реальность в них подгоняется под некоторую прагматическую модель. Это, как правило, прикладные модели.

Инструментальная модель – средство построения, исследования и использования прагматических или познавательных моделей.

Познавательные отражают существующие, а прагматические – хоть и не существующие, но желаемые и, возможно, исполнимые отношения и связи.

Вся остальная классификация моделей выстраивается по отношению к объекту-оригиналу, методам изучения и т. п.

1.2.1. Классификация моделей по степени абстрагирования от оригинала

По степени абстрагирования от оригинала (рис. 1.1) модели могут быть разделены на материальные (физические) и идеальные. К **материальным** относятся такие способы, при которых исследование ведется на основе модели, воспроизводящей основные геометрические, физические, динамические и функциональные характеристики изучаемого объекта. Основными разновидностями физических моделей являются [4]:

- натурные;
- квазинатурные;
- масштабные;
- аналоговые.

Натурные модели – это реальные исследуемые системы, которые являются макетами и опытными образцами. Натурные модели имеют полную адекватность с системой-оригиналом, что обеспечивает высокую точность и достоверность результатов моделирования; другими словами, модель натурная, если она есть материальная копия объекта моделирования. Например, глобус – натурная географическая модель земного шара.

Квазинатурные (от лат. *quasi* – почти) – это совокупность натуральных и математических моделей. Этот вид моделей используется в случаях, когда математическая модель части системы не является удовлетворительной или когда часть системы должна быть исследована во взаимодействии с остальными частями, но их еще не существует либо их включение в модель затруднено или дорого.

Масштабные модели – это системы той же физической природы, что и оригинал, но отличающиеся от него размерами. В основе масштабных моделей лежит математический аппарат теории подобия, который предусматривает соблюдение геометрического подобия оригинала и модели и соответствующих масштабов для их параметров. Примером мас-

штабного моделирования являются любые разработки макетов домов, а порой и целых районов, при проведении проектных работ в строительстве. Также масштабное моделирование используется при проектировании крупных объектов в самолетостроении и кораблестроении.



Рис. 1.1. Схема классификации моделей по степени абстрагирования от объекта-оригинала

Аналоговое моделирование основано на аналогии процессов и явлений, имеющих различную физическую природу, но одинаково описываемых формально (одними и теми же математическими уравнениями, логическими схемами и т. п.). В качестве аналоговых моделей используются механические, гидравлические, пневматические системы, но наиболее широкое применение получили электрические и электронные аналоговые модели, в которых сила тока (или напряжение) является аналогом физических величин другой природы. Например, является общеизвестным, что математическое уравнение колебания маятника имеет эквивалент при записи уравнения колебаний тока.

Идеальное моделирование носит теоретический характер. Различают два типа идеального моделирования: интуитивное и знаковое.

Под **интуитивным** будем понимать моделирование, основанное на интуитивном представлении об объекте исследования, не поддающемся формализации либо не нуждающемся в ней. В этом смысле, например, жизненный опыт каждого человека может считаться его интуитивной моделью окружающего мира.

Знаковым называется моделирование, использующее в качестве моделей знаковые преобразования различного вида: схемы, графики, чертежи, формулы, наборы символов и т. д., включающие совокупность

законов, по которым можно оперировать с выбранными знаковыми элементами. Знаковая модель может делиться на лингвистическую, визуальную, графическую и математическую модели.

Модель *лингвистическая*, если она представлена некоторым лингвистическим объектом, формализованной языковой системой или структурой. Иногда такие модели называют вербальными. Например, правила дорожного движения – языковая, структурная модель движения транспорта и пешеходов на дорогах.

Модель *визуальная*, если она позволяет визуализировать отношения и связи моделируемой системы, особенно в динамике. Например, на экране компьютера часто пользуются визуальной моделью объектов клавиатуры в программе-тренажере по обучению работе на клавиатуре.

Модель *графическая*, если она представлена геометрическими образами и объектами. Например, макет дома является натурной геометрической моделью строящегося дома.

Важнейшим видом знакового моделирования является *математическое* моделирование, классическим примером математического моделирования является описание и исследование основных законов механики И. Ньютона средствами математики.

Классификация математических моделей

Математические модели классифицируются:

- по принадлежности к иерархическому уровню;
- характеру отображаемых свойств объекта;
- способу представления свойств объекта;
- способу получения модели;
- форме представления свойств объекта;
- по содержанию вероятностных компонентов.

По принадлежности к иерархическому уровню математические модели делятся на модели микроуровня, макроуровня, метауровня (рис. 1.2).

Математические модели на *микроуровне* процесса отражают физические процессы, протекающие, например, при резании металлов. Они описывают процессы на уровне перехода (прохода).

Математические модели на *макроуровне* процесса описывают технологические процессы.

Математические модели на *метауровне* процесса описывают технологические системы (участки, цехи, предприятие в целом).

По характеру отображаемых свойств объекта модели можно классифицировать на структурные и функциональные (рис. 1.3).



Рис. 1.2. Схема классификации математических моделей по принадлежности к иерархическому уровню



Рис. 1.3. Схема классификации математических моделей по характеру отображаемых свойств объекта

Модель **структурная**, если она представима структурой данных или структурами данных и отношениями между ними. Например, структурной моделью может служить описание (табличное, графовое, функциональное или другое) трофической структуры экосистемы. В свою очередь, структурная модель может быть иерархической или сетевой.

Модель **иерархическая** (древовидная), если представима некоторой иерархической структурой (деревом). Например, для решения задачи нахождения маршрута в дереве поиска можно построить древовидную модель, приведенную на рис. 1.4.

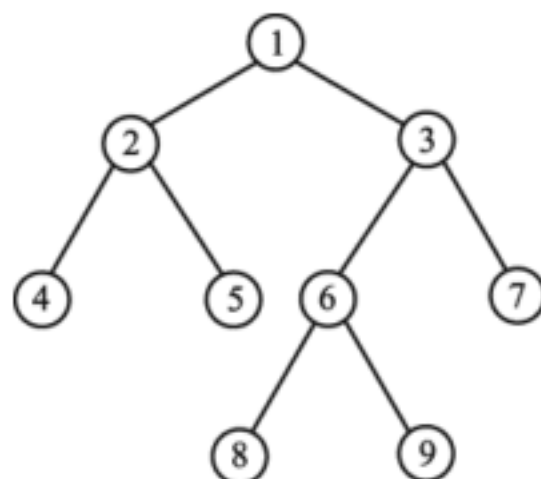


Рис. 1.4. Модель иерархической структуры

Модель *сетевая*, если она представима некоторой сетевой структурой. Например, строительство нового дома включает операции, приведенные в нижеследующей таблице. Эти операции можно представить в виде сетевой модели, приведенной на рис. 1.5 и в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Таблица работ при строительстве дома

№	Операция	Время выполнения (дни)	Предшествующие операции	Дуги графа
1	Расчистка участка	1	Нет	–
2	Закладка фундамента	4	Расчистка участка (1)	1–2
3	Возведение стен	4	Закладка фундамента (2)	2–3
4	Монтаж электропроводки	3	Возведение стен (3)	3–4
5	Штукатурные работы	4	Монтаж электропроводки (4)	4–5
6	Благоустройство территории	6	Возведение стен (3)	3–6
7	Отделочные работы	4	Штукатурные работы (5)	5–7
8	Настил крыши	5	Возведение стен (3)	3–8

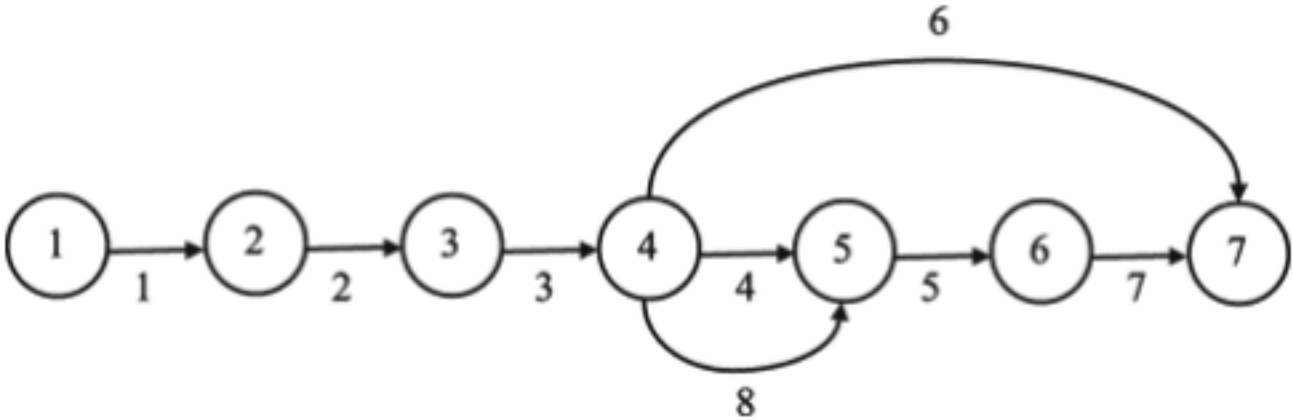


Рис. 1.5. Сетевой график строительства работ

Модель *функциональная*, если она представлена в виде системы функциональных соотношений. Например, закон Ньютона и модель производства товаров – функциональные.

По способу представления свойств объекта (рис. 1.6) модели делятся на аналитические, численные, алгоритмические и имитационные [2, 4, 6, 8].

Аналитические математические модели представляют собой явные математические выражения выходных параметров как функций от параметров входных и внутренних и имеют единственные решения при любых начальных условиях. Например, процесс резания (точения)

с точки зрения действующих сил представляет собой аналитическую модель. Также квадратное уравнение, имеющее одно или несколько решений, будет аналитической моделью.



Рис. 1.6. Схема классификации математических моделей по способу представления свойств объекта

Модель будет **численной**, если она имеет решения при конкретных начальных условиях (дифференциальные, интегральные уравнения).

Модель **алгоритмическая**, если она описана некоторым алгоритмом или комплексом алгоритмов, определяющим ее функционирование и развитие. Введение данного типа моделей (действительно, кажется, что любая модель может быть представлена алгоритмом ее исследования) вполне обосновано, т. к. не все модели могут быть исследованы или реализованы алгоритмически. Например, моделью вычисления суммы бесконечного убывающего ряда чисел может служить алгоритм вычисления конечной суммы ряда до некоторой заданной степени точности. Алгоритмической моделью корня квадратного из числа X может служить алгоритм вычисления его приближенного, сколь угодно точного значения по известной рекуррентной формуле.

Модель **имитационная**, если она предназначена для испытания или изучения возможных путей развития и поведения объекта путем варьирования некоторых или всех параметров модели, например модель экономической системы производства товаров двух видов. Такую модель можно использовать в качестве имитационной с целью определения и варьирования общей стоимости в зависимости от тех или иных значений объемов производимых товаров.

По способу получения модели делятся на теоретические и эмпирические (рис. 1.7).

Теоретические математические модели создаются в результате исследования объектов (процессов) на теоретическом уровне. Например,

существуют выражения для сил резания, полученные на основе обобщения физических законов. Но они неприемлемы для практического использования, т. к. очень громоздки и не совсем адаптированы к реальным процессам обработки материалов.



Рис. 1.7. Схема классификации математических моделей по способу получения модели

Эмпирические математические модели создаются в результате проведения экспериментов (изучения внешних проявлений свойств объекта с помощью измерения его параметров на входе и выходе) и обработки их результатов методами математической статистики.

По форме представления свойств объекта модели делятся на логические, теоретико-множественные и графовые (рис. 1.8).

Модель **логическая**, если она представлена предикатами, логическими функциями. Например, совокупность двух логических функций может служить математической моделью одноразрядного сумматора.

Модель **теоретико-множественная**, если она представлена с помощью некоторых множеств и отношений принадлежности к ним и между ними.

Модель **графовая**, если она представлена графом или графами и отношениями между ними.



Рис. 1.8. Схема классификации математических моделей по форме представления свойств объекта

По содержанию вероятностных компонентов модели делятся на детерминированные и стохастические (рис. 1.9).

Если модель не содержит вероятностных (стохастических) компонентов, она называется **детерминированной**. Примером такой модели является система дифференциально-разностных уравнений, описывающих химическую реакцию либо класс систем в форме уравнений в частных производных параболического типа. В детерминированной модели результат можно получить, когда для нее заданы все входные величины.

Однако множество систем моделируются с несколькими случайными входными величинами, в результате чего создается **стохастическая (вероятностная)** модель. Примерами таких моделей являются системы массового обслуживания и управления запасами. Стохастические модели выдают результат, который является случайным сам по себе, поэтому он может рассматриваться как оценка истинных характеристик модели [9].



Рис. 1.9. Схема классификации математических моделей по содержанию вероятностных компонентов

1.2.2. Классификация моделей по степени устойчивости

Все модели могут быть разделены на устойчивые и неустойчивые.

Устойчивой является такая система, которая, будучи выведенной из своего исходного состояния, стремится к нему. Она может колебаться некоторое время около исходной точки, подобно обычному маятнику, приведенному в движение, но возмущения в ней со временем затухают и исчезают.

В **неустойчивой** системе, находящейся первоначально в состоянии покоя, возникшее возмущение усиливается, вызывая увеличение значений соответствующих переменных или их колебания с возрастающей амплитудой.

1.2.3. Классификация моделей по отношению к внешним факторам

По отношению к внешним факторам модели могут быть разделены на открытые и замкнутые.

Замкнутой моделью является модель, которая функционирует вне связи с внешними (экзогенными) переменными. В замкнутой модели

изменения значений переменных во времени определяются внутренним взаимодействием самих переменных. Замкнутая модель может выявить поведение системы без ввода внешней переменной. Пример: информационные системы с обратной связью являются замкнутыми системами. Это самонастраивающиеся системы, и их характеристики вытекают из внутренней структуры и взаимодействий, которые отражают ввод внешней информации.

Модель, связанная с внешними (экзогенными) переменными, называется *открытой*.

1.2.4. Классификация моделей по отношению ко времени

Существуют две классификации моделей по отношению к временному фактору. Модели могут быть:

- непрерывными или дискретными;
- статическими или динамическими.

Непрерывная модель описывает систему во времени с помощью представления, в котором переменные состояния меняются непрерывно по отношению ко времени. Примером непрерывной модели является сложная система дифференциальных уравнений, которые устанавливают отношения для скоростей изменения переменных состояния во времени. В *дискретной* модели значения переменных можно определить только в конкретные моменты времени [6].

По отношению к временному фактору модели делятся на динамические и статические (рис. 1.10).

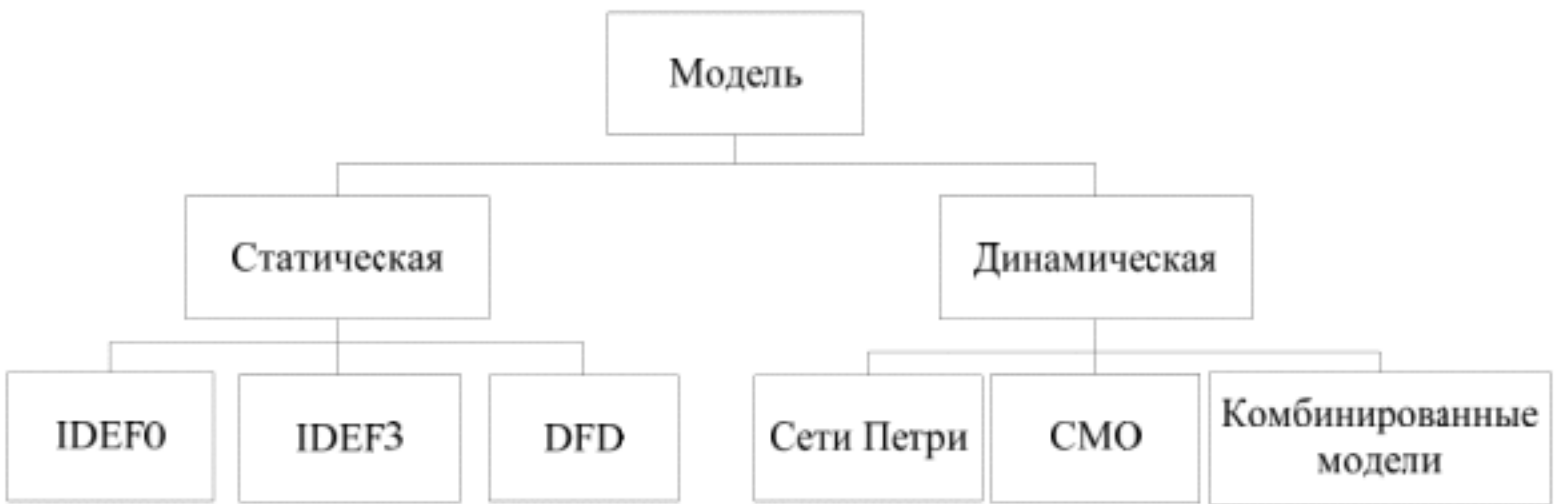


Рис. 1.10. Схема классификации математических моделей по отношению ко времени

Модель называется *статической*, если среди параметров, участвующих в ее описании, нет временного параметра. Статическая модель в каждый момент времени дает лишь «фотографию» системы, ее срез. Одним из видов статических моделей являются структурные модели.

Динамической моделью называется модель, если среди ее параметров есть временной, т. е. она отображает систему (процессы в системе) во времени.

1.3. Этапы разработки моделей

Процесс моделирования имеет итерационный характер и проводится в рамках ранее сформулированных целей и с соблюдением границ моделирования. Построение начинается с изучения (обследования) реальной системы, ее внутренней структуры и содержания взаимосвязей между ее элементами, а также внешних воздействий и завершается разработкой модели.

Моделирование – от постановки задачи до получения результатов – проходит следующие этапы:

I. Анализ требований и проектирование:

1. Постановка и анализ задачи и цели моделирования.
2. Сбор и анализ исходной информации об объекте моделирования.
3. Построение концептуальной модели.
4. Проверка достоверности концептуальной модели.

II. Разработка модели:

1. Выбор среды моделирования.
2. Составление логической модели.
3. Назначение свойств модулям модели.
4. Задание модельного времени.
5. Верификация модели.

III. Проведение эксперимента:

1. Запуск модели, прогон модели.
2. Варьирование параметров модели и сбор статистики.
3. Анализ результатов моделирования.

IV. Подведение итогов моделирования согласно поставленной цели и задачи моделирования

Схема этапов моделирования представлена на рис. 1.11.

Необходимо отметить, что при разработке конкретных моделей с определенными целями и границами моделирования необязательно все подэтапы должны выполняться. Например, при разработке статических моделей IDEF0, DFD 3-й и 4-й подэтапы «Разработки модели» не выполняются, так как эти методологии не предусматривают задание временных параметров модели.

На первом этапе моделирования – «Анализ требований и проектирование» – формулируется концептуальная модель, строится ее формальная схема и решается вопрос об эффективности и целесообразности моделирования системы.